

На правах рукописи

ПОТАШЕВ Константин Андреевич

**МОДЕЛИ И ЗАДАЧИ ТЕОРИИ ФИЛЬТРАЦИИ
В СЛАБЫХ ГРУНТАХ**

01.02.05 – механика жидкостей, газа и плазмы

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

КАЗАНЬ – 2007

Работа выполнена на кафедре аэрогидромеханики Казанского государственного университета им. В.И. Ульянова-Ленина.

Научный руководитель: доктор физико-математических наук,
профессор,
заслуженный деятель науки РФ
Костерин Александр Васильевич

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук,
профессор
Скворцов Эдуард Викторович

доктор физико-математических наук,
профессор
Сидоров Игорь Николаевич

Ведущая организация: КНЦ РАН Институт механики и машиностроения, г. Казань

Защита состоится 8 ноября 2007 г. в __ часов __ минут в аудитории физ. 2 на заседании диссертационного совета Д 212.081.11 при Казанском государственном университете по адресу: 420008, г. Казань, ул. Кремлевская, 18.

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке им. Н.И. Лобачевского Казанского государственного университета.

Автореферат разослан “__” октября 2007 г.

Ученый секретарь диссертационного совета,
кандидат физ.-мат. наук, доцент

А.А. Саченков

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Моделирование фильтрационных процессов в природных пористых средах имеет обширную область применения. Оно необходимо как для решения задач о миграции подземных вод и транспорта загрязнителей, так и для инженерно-строительных расчетов, связанных с оценкой несущей способности грунтов (оснований фундаментов), находящихся в насыщенном или частично насыщенном состоянии. Отсюда неугасающий интерес к этой тематике.

При моделировании процессов, связанных с транспортом жидкостей в почвах, торфах, неуплотненных глинизированных породах (как в наиболее сложных по своему составу и строению пористых средах) возникает ряд трудностей. Большинство из них обусловлено взаимодействием фильтрующейся жидкости с твердым скелетом грунта, вследствие которых часто изменяются свойства, как пористой среды, так и насыщающей ее жидкости.

Подобные эффекты вызывают повышенный интерес, поскольку ведут к фильтрационным аномалиям в поведении системы «жидкость – пористая среда» и выражаются в нелинейности закона фильтрации, определяя специфику рассматриваемого процесса.

Актуален научный и прикладной интерес к рассмотренным в работе задачам консолидации осадков сточных вод, деформирования насыщенных торфяных и глинизированных грунтов, а также к задачам транспорта углеводородного загрязнителя в увлажненных гумифицированных почвах.

Рассмотренные в работе задачи демонстрируют различные варианты взаимного влияния пористой среды и насыщающих ее жидкостей.

Цели работы.

1. Построение математической модели и решение одномерной задачи о консолидации осадков сточных вод.

2. Исследование процесса уплотнения насыщенных слабых грунтов под действием приложенной поверхностной нагрузки с использованием моделей фильтрационной консолидации. Моделирование упрочняющихся во время уплотнения грунтов.

3. Построение математической модели и решение задачи об инфильтрации жидких углеводородных загрязнителей в увлажненную почву с учетом изменения водоудерживающей способности почвы на фронте проникновения загрязнителя.

Научная новизна результатов.

1. Дана постановка одномерной задачи о консолидации осадков сточных вод. Осадок моделируется как насыщенная пористая среда. Силовое взаимодействие обусловлено выдавливанием жидкости из

тонких прослоек между твердыми частицами. Получено и исследовано решение этой задачи.

2. Предложена упрощенная аналитическая модель (инженерная схема) одномерной фильтрационной консолидации слабых грунтов с учетом предельного градиента фильтрации. В предположении о том, что пористая матрица свободно деформируется до некоторого жесткого предела*. Сравнение такой упрощенной модели с моделью фильтрационной консолидации вязкоупругого грунта показало, что упрощенная схема хорошо отражает процесс посредством простой инженерной формулы.

3. Предложено обобщение математической модели консолидации вязкоупругих грунтов, учитывающее их упрочнение при сжатии. Приведены два подхода к математическому моделированию фильтрационной консолидации упрочняющихся грунтов: модель со снижающейся проницаемостью и модель с возрастающим предельным градиентом фильтрации. Проведено исследование полученных результатов.

4. Разработана основанная на лабораторных наблюдениях одномерная математическая модель вертикальной инфильтрации несмешивающихся с водой "легких" жидких органических загрязнителей в увлажненную суглинистую почву. Построенная модель учитывает подтвержденный экспериментально процесс набухания пористой матрицы почвы за счет диффузии в нее углеводорода и описывает экспериментально выявленную остановку фронта проникновения загрязнителя. Результаты проведенных численных расчетов согласуются с экспериментальными данными.

5. Построена одномерная математическая модель вертикальной инфильтрации в увлажненную почву несмешивающихся с водой жидкостей на примере углеводородов, как наиболее распространенных загрязнителей. Фронт проникновения загрязнителя является подвижной границей между областями двух и трехфазного насыщения. Наличие углеводородов в загрязненной области обуславливает изменение водоудерживающей способности почвы, что приводит к скачку водонасыщенности на фронте загрязнения. Приведен анализ полученных результатов.

* Егоров А.Г. Автомодельные решения задач об уплотнении и водоотдаче глин при отборе жидкости из пластов / А.Г. Егоров, А.В. Костерин // Доклады АН России. – 2002. – Т. 383. – № 2. – С. 202-205.

Научное и практическое значение работы. Работа носит теоретический характер. Полученные результаты имеют различные области практического применения.

Предложенная инженерная схема консолидации слабых грунтов, а также модели, обобщенные на случай упрочняющихся грунтов, могут использоваться для оценочных расчетов при агропромышленном освоении заболоченных территорий; при моделировании процессов уплотнения торфа для его последующего использования в качестве основания фундаментов.

Разработанные модели транспорта жидких загрязнителей в почвах могут в определенной степени применяться для оценки возможной области загрязнения почв, продолжительности интенсивного проникновения жидких углеводородов в почву, количества впитавшегося загрязнителя, и, следовательно, могут быть использованы для оценки защитных свойств почв.

Достоверность результатов. Предложенные в диссертации математические модели и вытекающие из них результаты основаны на общих законах и уравнениях механики сплошных сред, а также на физически обоснованных гипотезах и упрощениях. Теоретические результаты качественно согласуются с известными экспериментальными данными.

Апробация работы. Основные результаты работы докладывались и обсуждались на Международной научной конференции «Актуальные проблемы математики и механики» (Казань, 1–3 октября 2000 г.); на Международном семинаре «Нелинейное моделирование и управление» (Самара, 26–30 июня 2000 г.); на 10-й Всероссийской конференции молодых ученых «Математическое моделирование в естественных науках» (Пермь, 26–29 сентября 2001 г.); на XVI сессии Международной школы по моделям механики сплошной среды (Казань, 27 июня – 3 июля 2002 г.); на 13-ой Зимней Школе по механике сплошных сред (Пермь, 24 февраля – 1 марта 2003 г.); на Международной школе «Современные методы эколого-геохимической оценки состояния и изменений окружающей среды» (Новороссийск, 15–20 сентября 2003 г.); на Международной конференции «Фундаментальные и прикладные вопросы механики» (Хабаровск, 8–11 октября 2003 г.); на Всероссийской конференции «Фундаментальные физические исследования в почвоведении и мелиорации», посвященной 60-летию кафедры физики и мелиорации почв и 250-летию МГУ им. М.В. Ломоносова (Москва, МГУ, 22–25 декабря 2003 г.); на Всероссийской конференции «Экспериментальная информация в почвоведении: теория, методы получения и пути стандартизации» (Москва, МГУ, декабрь 2005 г.); на IX Всероссийском

съезде по теоретической и прикладной механике (Нижний Новгород, 22–28 августа 2006 г.); на XVIII сессии Международной школы по моделям механики сплошной среды (Саратов, 27 августа – 1 сентября 2007 г.); а также на Итоговых научных конференциях Казанского государственного университета (Казань, 2000–2007 гг.)

Публикации. По теме диссертации опубликовано 19 работ.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, двух глав, заключения и списка литературы. Работа изложена на 114 страницах, содержит 27 рисунков. Список литературы насчитывает 111 наименований.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении отмечается актуальность темы, представлен обзор литературы по теме диссертации, формулируются цель и положения, выносимые на защиту. Дается краткий анализ структуры и содержания диссертации.

В первой главе рассмотрены задачи об уплотнении насыщенных природных пористых сред, характеризующихся отсутствием прочных межчастичных связей, препятствующих их сжатию – слабых грунтов.

В § 1 рассматривается задача фильтрационной консолидации осадков сточных вод под действием силы тяжести. Осадок моделируется как насыщенная пористая среда. Совокупность частиц играет роль пористой матрицы. Силовое взаимодействие частиц (эффективные напряжения в матрице) обусловлено выдавливанием жидкости из межчастичных прослоек. Модель включает в себя уравнения безынерционного движения (квазиравновесия) среды в целом, связь между напряжениями и деформациями в пористой матрице, закон фильтрации жидкости относительно пористой матрицы и уравнения баланса масс жидкой и твердой фаз. Движение жидкости относительно частиц описывается законом Дарси. Получено и исследовано решение этой задачи.

В п. 1.1 дается постановка задачи и приводятся основные уравнения процесса. Считается, что в начальный момент отстойник заполняется однородной смесью. Процесс предполагается одномерным с изменением основных характеристик вдоль вертикальной (направленной вверх от непроницаемого dna отстойника) оси z .

Рассматривается дисперсная среда с концентрацией, близкой к предельной. Вязкость пористой матрицы M сильно возрастает при уменьшении толщины контактных прослоек. При решении задачи величина M принимается постоянной.

Начальные и граничные условия для решения поставленной задачи приведены в **п. 1.2**. Уплотнение осадка будет происходить до величины относительной объемной деформации $\theta = \theta^*$, соответствующей со-

стоянию плотной упаковки. Координата верхней границы области, в которой $\theta = \theta^*$, обозначена через z^* .

В п. 1.3 рассмотрено решение задачи и дан анализ результатов. Получены выражения для определения давления, скорости относительной деформации и скорости продвижения фронта осадения частиц z_0 :

$$\bar{P} = \beta \left[(\bar{z}_0 - \bar{z}) - \text{sh } a (\bar{z}_0 - \bar{z}) / \text{ch } a (\bar{z}_0 - \bar{z}^*) / a \right],$$

$$\bar{\varepsilon} = -a \text{sh } a (\bar{z}_0 - \bar{z}) / \text{ch } a (\bar{z}_0 - \bar{z}^*),$$

$$\bar{z}_0 = \left[1 - \text{ch } a (\bar{z}_0 - \bar{z}^*) \right] / \text{ch } a (\bar{z}_0 - \bar{z}^*).$$

где $a^2 = \mu h^2 / M k$, $\beta = (1 - m)(\rho_s - \rho_w) / \rho_w$, ρ_w, ρ_s – плотности жидкой и твердой фаз, μ – вязкость жидкости, m, k – пористость и проницаемость среды, h – глубина резервуара с осадком.

Для начальной стадии процесса получено аналитическое выражение для определения величины относительной объемной деформации θ , по которому построена серия графиков, отражающих распределение объемной деформации по глубине отстойника при различных значениях параметра a и степени осадченности частиц до образования нижнего фронта.

Вторая стадия процесса, когда на дне уже образован слой уплотнившихся до величины θ^* частиц, соответствует случаю $z^* > 0$. Получено аналитическое выражение, связывающее траектории фронтов с объемной деформацией, а также выражение для определения скорости движения фронта предельного уплотнения.

В п. 1.4 приведено сопоставление полученных результатов с решением задачи по гравитационной схеме осадения частиц. В этой схеме скорость осадения зависит лишь от исходной концентрации частиц и при их однородном начальном распределении будет постоянной.

В § 2 рассматривается одномерная задача фильтрационной консолидации торфа. Особенности физики процессов, происходящих при фильтрационной консолидации слабых грунтов, описаны в пп. 2.1.

В п. 2.2 дается постановка задачи уплотнения водонасыщенного слабого грунта под действием приложенной к его поверхности в начальный момент времени постоянной по величине нагрузки Π . При удаленном расположении границ деформируемого грунта от места приложения нагрузки можно считать область, занятую грунтом, полубесконечной и перейти к одномерной задаче с изменением характеристик вдоль вертикальной оси x , направленной внутрь грунта от точки

нагружения. Уплотнение грунта происходит лишь за счет отжатия поровой жидкости. Объемные изменения жидкой и твердой фаз предполагаются пренебрежимо малыми.

Математическая модель предельной реологической схемы изложена в п. 2.3. Модель включает в себя уравнения квазиравновесия среды, неразрывности процесса и закон фильтрации жидкости:

$$\partial \sigma / \partial x + \partial p / \partial x = 0 \quad \text{или} \quad \sigma + p = \Pi$$

$$\partial \varepsilon / \partial t + \partial q / \partial x = 0.$$

$$q = -K [\partial p / \partial x], \quad K [\partial p / \partial x] = k_0 \begin{cases} 0, & |\partial p / \partial x| \leq \Gamma, \\ \partial p / \partial x - \Gamma \text{sgn}(\partial p / \partial x), & |\partial p / \partial x| > \Gamma, \end{cases}$$

где p – давление в воде, σ – эффективные напряжения в скелете грунта (положительные при сжатии), ε – относительная объемная деформация грунта, t – время, q – скорость фильтрации воды через грунт, k_0 – коэффициент фильтрации, Γ – предельный градиент давления.

Характерной особенностью модели является предположение о том, что пористая матрица деформируется совершенно свободно до некоторого жесткого предела ε_0 :

$$\sigma = 0 \quad \text{при} \quad \varepsilon < \varepsilon_0; \quad \sigma \neq 0 \quad \text{при} \quad \varepsilon = \varepsilon_0.$$

После приложения внешней нагрузки от поверхности нагружения вглубь грунта формируется область предельного сжатия с ненулевым напряжением. Вне этой области напряжения и, как следствие, фильтрация жидкости отсутствуют. Для определения траектории фронта $x = H(t)$ этой области получено уравнение в безразмерных переменных:

$$t = -\varepsilon_0 (\alpha H + \ln(1 - \alpha H)) / \alpha^2,$$

где $\alpha = L \Gamma / \Pi$, L – характерный линейный масштаб задачи.

В п. 2.4 проводится сопоставление полученных результатов с результатами по модели фильтрационной консолидации вязкоупругого грунта, соответствующей исследуемым слабым грунтам

$$\sigma = -\lambda (\varepsilon + \tau_0 \partial \varepsilon / \partial t),$$

где λ, τ_0 описывают упругие и вязкие свойства системы.

В безразмерных переменных решение такой задачи сводится к решению дифференциального уравнения

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} - \left(1 + \delta \frac{\partial}{\partial t}\right) \frac{\partial}{\partial x} \bar{K} \left[\frac{\partial \sigma}{\partial x} \right] = 0,$$

$$\text{где } \delta = \tau_0/T, \quad \bar{K} \left[\frac{\partial \sigma}{\partial x} \right] = \begin{cases} 0, & |\partial \sigma / \partial x| \leq \alpha, \\ \partial \sigma / \partial x - \alpha \operatorname{sgn}(\partial \sigma / \partial x), & |\partial \sigma / \partial x| > \alpha. \end{cases}$$

На нагруженной поверхности эффективные напряжения грунта совпадают с величиной внешней нагрузки. На фронте $x = H(t)$ абсолютная величина перепада давления принимает минимальное значение, достаточное для начала процесса фильтрации $\partial p / \partial x = -\partial \sigma / \partial x = \alpha$. Граничные условия имеют вид:

$$\sigma|_{x=0} = 1, \quad \partial \sigma / \partial x|_{x=H(t)} = -\alpha.$$

Начальное распределение напряжений дается формулой

$$\sigma_0 = \operatorname{sh}((l_0 - x)/\sqrt{\delta}) / \operatorname{sh}(l_0/\sqrt{\delta}),$$

$$\text{где } l_0 = \sqrt{\delta} \ln \left[\left(1 + \sqrt{\alpha^2 \delta + 1}\right) / \alpha \sqrt{\delta} \right].$$

Основа численного алгоритма, использованного при решении задачи в рамках вязкоупругой реологии грунта, принадлежит А.В. Лапину*.

На рис. 1 приведено сопоставление траектории фронта предельного сжатия, а также распределения напряжений по обеим схемам.

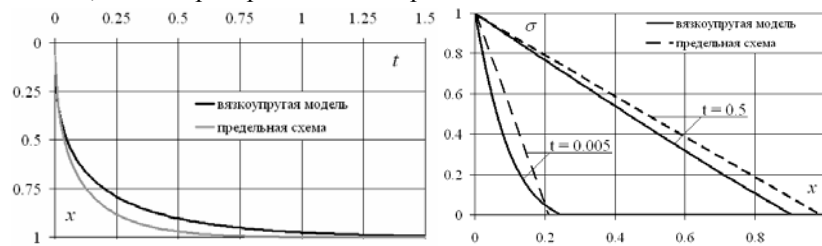


Рис.1 Сопоставление предельной схемы и модели вязкоупругой среды $\alpha = 1$, $\delta = 0.001$, $\varepsilon_0 = 0.2$. Слева – траектории фронта области фильтрации; справа – распределение напряжений в различные моменты времени

В п. 2.5 представлены результаты обобщения математической модели фильтрационной консолидации вязкоупругого грунта с учетом его упрочнения (рис. 2). Приведены два подхода к математическому

моделированию фильтрационной консолидации уплотняющихся грунтов:

А. модель со снижающейся при сжатии проницаемостью:

$$K = K_0 e^{-\beta \sigma} \quad (\text{согласно Lang Y.}),$$

и, в свою очередь, $\Gamma/\Gamma_0 = \sqrt{K_0/K} = e^{\sigma\beta/2}$ (согласно В.М. Ентову);

Б. модель с возрастающим предельным градиентом фильтрации:

$$\Gamma(\varepsilon) = (\Gamma_0 - \Gamma^*) e^{-\omega \varepsilon} + \Gamma^*,$$

где K_0 – начальная гидропроводность насыщенного торфа, β – некоторая константа, Γ_0 – начальный градиент недеформированного грунта, Γ^* – максимальный для грунта предельный градиент фильтрации, ω – некоторый коэффициент, влияющий на скорость структурирования насыщающей грунт жидкости при сжатии грунта.

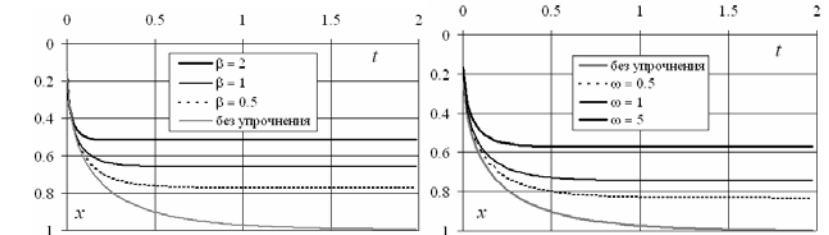


Рис. 2. Траектория фронта области фильтрации по вязкоупругой модели без упрочнения и с учетом упрочнения. Слева – по схеме А, при различных значениях коэффициента снижения проницаемости β ($\alpha = 1$, $\delta = 0.001$). Справа – по схеме Б, при различных значениях параметра ω ($\alpha = 1$, $\delta = 0.001$, $\Gamma^* = 2$)

Далее в § 3 обсуждается вопрос о начальном напряженно-деформированном состоянии насыщенных грунтов в момент приложения внешней поверхностной нагрузки. Для определения полей напряжений в пористой среде и давления в жидкости предлагается использовать модель несжимаемого упругого тела. Предположение о несжимаемости грунта в начальный момент обуславливается тем обстоятельством, что фильтрация жидкости в пористой среде является сравнительно медленным процессом в то время, как объемные деформации грунта могут происходить лишь за счет отжатия жидкости из пор.

В п. 3.1 дана постановка двумерной задачи о напряженно-деформированном состоянии водонасыщенного грунта под действием равномерной нагрузки интенсивностью p_0 на интервале поверхности

* Егоров А.Г. Одномерные задачи консолидации с неизвестной подвижной границей / А.Г. Егоров, А.В. Костерин, Д.Р. Сахавутдинова // Механика твердого тела. – 1998. – № 6. – С. 132-142.

$x \in [-l, l]$. Вертикальная ось y направлена вглубь грунта и ее координата отсчитывается от поверхности.

В п. 3.2. приведено решение основной системы уравнений, аналогичное решению задачи об упругом полубесконечном сжимаемом теле с поверхностной нагрузкой.

Выражение для определения поля давлений имеет вид:

$$p = p_0 (\theta_2 - \theta_1) / \pi,$$

где $\theta_1 = \arctg[(x-l)/(-y)]$, $\theta_2 = \arctg[(x+l)/(-y)]$.

Для напряжений в скелете грунта справедливы следующие выражения:

$$\begin{cases} \sigma_{xx} = p_0 (\sin 2\theta_2 - \sin 2\theta_1) / (2\pi), \\ \sigma_{yy} = p_0 (\sin 2\theta_1 - \sin 2\theta_2) / (2\pi), \end{cases} \quad \sigma_{xy} = p_0 (\cos 2\theta_2 - \cos 2\theta_1) / (2\pi)$$

Далее приводятся выражения для определения горизонтального и вертикального перемещений, на основе которых строятся графики формы деформированной поверхности грунта в момент приложения внешней нагрузки.

Если фильтрация насыщающей грунт жидкости описывается законом фильтрации с предельным градиентом, то полученные результаты позволяют определять форму области, охваченной процессом фильтрации в момент нагружения. Вне этой области фильтрация не происходит ввиду малых градиентов давления в жидкости.

Во второй главе изучается вопрос о проникновении жидких углеводородных загрязнителей в увлажненную почву.

В § 4 предлагаются варианты математического моделирования двух различных эффектов взаимодействия скелета почвы и жидкой фазы проникающего в почву углеводородного загрязнителя, учет которых позволяет описать экспериментально установленный факт прекращения впитывания загрязнителя в увлажненную почву спустя некоторый промежуток времени*.

Первый эффект взаимодействия (п. 4.1) – впитывание части углеводородов в структуру гумифицированных почв, что вызывает набухание

их твердого скелета. Набухание происходит внутрь порового пространства (без изменения общего объема среды).

Углеводороды являются несмешивающимися с водой жидкостями (НВЖ). Из трех насыщающих пористую среду фаз (углеводород, вода, газ) в первом приближении подвижной считается только фаза загрязнителя. Объясняется это тем, что подвижность воздуха высока, так что его давление в первом приближении можно считать атмосферным. Вода же капиллярно связана (ее количество в почве постоянно).

Процесс предполагается одномерным с изменением параметров вдоль вертикальной оси Oz , направленной вниз от поверхности образца.

Уравнение баланса массы НВЖ и уравнение фильтрации загрязнителя имеют вид

$$\partial(mS_O)/\partial t + \partial q_O/\partial z + \partial a/\partial t = 0,$$

$$q_O = -(k/\mu_O) f_O (\partial p_O/\partial z - \rho_O g),$$

где $m = m(z, t)$ – пористость среды, $S_O = S_O(z, t)$ – насыщенность образца загрязнителем, $q_O = q_O(z, t)$ – поток НВЖ, $a = a(z, t)$ – количество НВЖ, впитавшегося в стенки пор, k – проницаемость среды, μ_O и ρ_O – вязкость и плотность НВЖ, p_O – давление в НВЖ-фазе, $f_O = f_O(S_O)$ – фазовая проницаемость НВЖ.

Используется линейная зависимость фазовой проницаемости НВЖ от ее насыщенности: $f_O = S_O$. Для проницаемости принимается формула Козени: $k(m) = K m^3$, где K – некоторая константа.

Кинетика впитывания НВЖ выбрана в виде $\partial a/\partial t = (a_* - a)/\tau$.

Здесь a_* – максимально возможное количество впитанного в структуру образца загрязнителя, τ – некоторая константа размерности времени, зависящая от физических свойств почвы и влияющая на скорость впитывания.

Для решения данной задачи используется численный подход.

В п. 4.2 рассматривается второй тип взаимодействия НВЖ и пористой матрицы – повышение вязкости НВЖ-фазы.

При решении задачи в такой постановке принимается условие полного насыщения водой и загрязнителем во всей области проникновения НВЖ; твердый скелет образца предполагается неподверженным набуханию, и, следовательно, пористость изменяться не будет.

В каждый момент времени скорости всех частиц НВЖ, независимо от их положения в образце, будут одинаковы. А поскольку скорость

* Костерин А.В. Защита грунтовых вод от углеводородного загрязнения путем усиления барьерных функций почвы / Костерин А.В., Бреус И.П., Неклюдов С.А., Бреус В.А. // Фундаментальные проблемы воды и водных ресурсов на рубеже 3-го тысячелетия: Материалы Всеросс. науч. конф. – Томск: Изд-во НТЛ. – 2000. – С. 240-243.

есть касательная к траектории движения, то траектория частицы, прошедшей через поверхность почвы ($z = 0$) в момент времени $t = \tau$, будет с точностью до сдвига вдоль оси Oz в координатной плоскости Otz совпадать с частью траектории (при $t > \tau$) первой проникшей в грунт частицы ($\tau = 0$) (рис. 3).

Закон фильтрации также принимается в виде закона Дарси:

$$q_O = -k h (\partial p_O / \partial z - \rho_O g),$$

где $h = h(z, t) = 1 / \mu_O(z, t)$ – величина обратная вязкости НВЖ μ_O , $p_O = p_O(z, t)$ – давление в НВЖ. Используется следующий закон изменения вязкости: $\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{q_O}{m S_O} \frac{\partial h}{\partial z} = -C h$, где C – некоторый параметр, влияющий на скорость загущения. Или в лагранжевых координатах частиц НВЖ $\xi = z - (q_O t) / (m S_O)$: $\frac{\partial h}{\partial t} \Big|_{\xi} = -C h$.

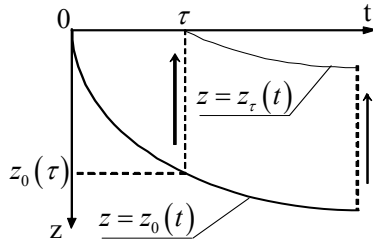


Рис. 3. Траектории частиц НВЖ-загрязнителя по схеме повышения вязкости

Следующим важным моментом является тот факт, что и верхняя ($z = 0$), и нижняя ($z = z_0(t)$) границы области загрязнения на протяжении всего процесса являются свободными поверхностями, так что значения давления НВЖ в этих точках совпадают. Следовательно, в каждый фиксированный момент времени суммарный градиент давления вдоль отрезка $z \in [0; z_0(t)]$ равен нулю.

Окончательно определяющее уравнение записывается в виде:

$$\frac{k h^0 \rho_O g}{S_O m} z_0(t) = \frac{1}{S_O} \int_0^t \frac{dz_0(\tau)}{d\tau} e^{C(t-\tau)} d\tau.$$

Представленные в работе результаты были получены с помощью численного решения полученного уравнения, относящегося к классу интегро-дифференциальных уравнений Вольтерра.

Анализ численных результатов расчетов по обеим схемам и их сопоставление с экспериментальными данными приводятся в п. 4.3.

В § 5 построена одномерная математическая модель вертикальной инфильтрации в увлажненную почву НВЖ на примере углеводородов, как наиболее распространенных загрязнителей. Постановка задачи изложена в п. 5.1. Фронт проникновения НВЖ является подвижной границей между областями двух и трехфазного насыщения. За счет наличия НВЖ в загрязненной области изменяется водоудерживающая способность почвы, что приводит к скачку водонасыщенности на фронте загрязнения. Предложен численный алгоритм решения задачи.

В п. 5.2 описывается капиллярные взаимодействия в почве воды и НВЖ. Известно, что НВЖ исследуемого типа растекаются по поверхности воды, образуя прослойку между водной и воздушной фазами. Такое изменение межфазовых поверхностей в пористой среде изменяют капиллярные характеристики системы, которые играют существенную роль в распределении и транспорте НВЖ в увлажненной почве.

Предполагается, что до попадания загрязнителя почва находится в состоянии неполного равновесного насыщения водой. Вычисляется распределение НВЖ по глубине почвы в течение процесса загрязнения. Процесс предполагается одномерным.

При моделировании рассматривается слой почвы от дневной поверхности до глубины расположения зеркала грунтовых вод L . Фронт проникновения загрязнителя, находящийся в момент времени t в точке $z = \xi(t)$ разделяет этот слой на две подобласти – незагрязненную (двухфазное насыщение среды водой и воздухом) и ту, в которую проник загрязнитель (область трехфазного насыщения – водой, воздухом и НВЖ).

В качестве функции для двухфазного капиллярного давления $P_c(\theta)$ в незагрязненной области используется уравнение Ван Генухтена. При описании капиллярных характеристик системы в загрязненной области используется предложенный Ленардом и Паркером метод обобщения двухфазных капиллярных характеристик в область трехфазного насыщения:

$$P_n - P_w = (\sigma_{wn} / \sigma_{wg}) \cdot P_c(\theta_w), \quad P_g - P_n = (\sigma_{ng} / \sigma_{wg}) \cdot P_c(1 - \theta_g),$$

где P_i – давление в соответствующей фазе, $\theta_i = (S_i - S_{ir}) / (1 - S_{ir})$ – эффективная насыщенность фазой, S_i, S_{ir} – величины насыщенности и остаточной насыщенности пористой среды соответствующей фазой, $\sigma_{ij} = \gamma_{ij} \cos \beta_{ij}$, γ_{ij}, β_{ij} – величины поверхностного натяжения и значе-

ние контактного угла смачивания для поверхности, разделяющей фазы i и j . Этот подход согласуется с результатами экспериментов в условиях трехфазного насыщения пористых сред.

В п. 5.3 приводится описание транспорта воды и НВЖ в почве. Рассмотрен ряд предположений, описывающих структуру пористой среды*.

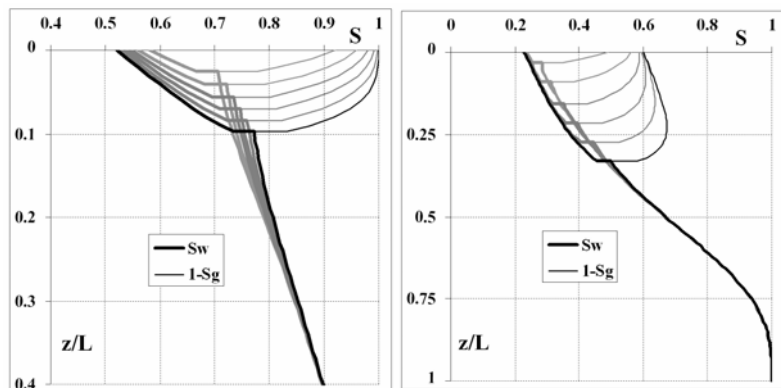


Рис. 4. Распределение воды и НВЖ в различные моменты времени $((t/T) \cdot 10^2 = 0.5, 2, 4, 6, 8, 10)$ при $\sigma_{wg} = 0.07 \text{ Па} \cdot \text{м}$, $\sigma_{ng} = 0.025 \text{ Па} \cdot \text{м}$, $\sigma_{wn} = 0.045 \text{ Па} \cdot \text{м}$. Слева – при $L = 1.5 \text{ м}$; справа – при $L = 3 \text{ м}$

В пп. 5.4-5.5 приведены основные уравнения исследуемого процесса, замыкающие выражения для относительных фазовых проницаемостей, а также начальные и граничные условия. Результаты расчетов в виде серии графиков динамики распределения НВЖ и воды по глубине почвы во время процесса загрязнения, а также анализ этих результатов представлены в п. 5.6. В качестве примера на рис. 4 приведены профили распределения воды и НВЖ во время процесса инфильтрации для различного набора параметров. Для характерного масштаба времени была выбрана величина $T = (L^2 \mu_w) / (\sigma_{wg} \sqrt{mk})$, где μ_w – вязкость воды, m, k – пористость и проницаемость почвы.

В заключении подводятся итоги и обозначаются возможности дальнейшего развития проведенных исследований.

* Идея данной системы представления пористой среды и численный алгоритм решения высказаны проф. Н.Д. Якимовым

Основные результаты работы, выносимые на защиту, перечислены в пункте **научная новизна**.

Следует отметить финансовую поддержку РФФИ – гранты № 03-04-48784, № 063-04-06470, № 00-04-48540, а также МНТЦ #2419 и СПбГУ А04-2.10-169, позволившую ускорить выполнение и написание диссертации.

СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Статьи в журналах, рекомендованных экспертным советом ВАК по математике и механике

1. Костерин А.В. Одномерная задача фильтрационной консолидации торфа / А.В. Костерин, К.А. Поташев // Экологический вестник научных центров ЧЭС. – 2007. – № 1. – С. 42-49.

Статьи в журналах, рекомендованных экспертными советами ВАК по другим дисциплинам

2. Костерин А.В. Математическое моделирование фильтрации несмешивающихся с водой органических жидкостей в почвах / А.В. Костерин, К.А. Поташев, З.В. Харламова, И.П. Бреус // Почвоведение. – 2004. – № 7. – С. 828-836.

3. Kosterin A.V. Mathematical Simulation of Nonaqueous-Phase Organic Liquid Infiltration in Soils / A.V. Kosterin, K.A. Potashev, Z.V. Kharlamova, and I.P. Breus // Eurasian Soil Science. – 2004. – N. 7 – P. 291-300.

4. Поташев К.А. Современное состояние проблемы математического моделирования многофазных потоков в пористых средах / К.А. Поташев, Н.Д. Якимов, И.П. Бреус // Технологии нефти и газа. – 2006. – № 11. – С. 27-35.

5. Поташев К.А. Учет капиллярных эффектов при проникновении жидкого углеводородного загрязнителя в увлажненную почву / К.А. Поташев, Н.Д. Якимов // Проблемы энергетики. Известия ВУЗов. – 2007. – № 7-8. – С. 11-23.

Статьи в центральных журналах и в материалах конференций

6. Поташев К.А. Уплотнение осадков сточных вод / К.А. Поташев, Д.В. Шевченко // Известия РАЕН, МММИУ. – 2001. – Т. 5. – № 3. – С. 61-75.

7. Костерин А.В. Моделирование механизмов остановки углеводородного загрязнителя в увлажненной почве / А.В. Костерин, К.А. Поташев // Труды межд. конф. «Фундаментальные и прикладные вопросы механики», Хабаровск, 8-11 октября 2003 г. – Хабаровск: Изд-во Хабар. гос. техн. ун-та, 2003. – Т. 1. – С. 378-387.

8. Поташев К.А. Совместное стационарное распределение воды и углеводородной жидкости в пористой среде / К.А. Поташев, А.Н. Габдрахманова // Модели механики сплошной среды: Материалы XVII сессии Международной школы по моделям механики сплошной среды. Казань, 4–10 июля 2004 г. – Казань, 2004. – С. 110-114.

9. Поташев К.А. Транспортные процессы в пористых средах: капиллярные эффекты (обзор современной зарубежной литературы) / К.А. Поташев, Н.Д. Якимов, И.П. Бреус // Вопросы атомной науки и техники, Математическое моделирование физических процессов. – 2005. – Выпуск 3. – С. 72-79.

10. Поташев К.А. Впитывание нефтяного загрязнения почвой с большой водонасыщенностью / К.А. Поташев // Модели механики сплошной среды: Материалы XVI сессии Международной школы по моделям механики сплошной среды (Казань, 27 июня – 3 июля 2002 г.). Труды математического центра им. Н.И. Лобачевского. Т. 16. – Казань: Казанское математическое общество, 2002. – С. 259-262.

Тезисы докладов

11. Поташев К.А. Моделирование уплотнения твердых частиц в отстойниках сточных вод / К.А. Поташев, Д.В. Шевченко // Труды математического центра им. Н.И. Лобачевского. – Т. 5. Актуальные проблемы математики и механики: Материалы Международной научной конференции (Казань, 1–3 октября 2000 г.). – Казань: УНИПРЕСС, 2000. – С. 176-177.

12. Поташев К.А. Моделирование уплотнения высококонцентрированных осадков в отстойниках сточных вод / К.А. Поташев, Д.В. Шевченко // Нелинейное моделирование и управление. Материалы Международного семинара (Самара, 26-30 июня 2000г.). – Самара: Офорт, 2000. – С. 91-92.

13. Поташев К.А. Консолидация осадков сточных вод / К.А. Поташев // Математическое моделирование в естественных науках: Тезисы докладов 10-й Всероссийской конференции молодых ученых (Пермь, 26–29 сентября 2001 г.). – Пермь, 2001. – С. 104–105.

14. Поташев К.А. Уплотнение осадков сточных вод / К.А. Поташев // Республиканский конкурс научных работ среди студентов и аспирантов на соискание премии им. Н.И. Лобачевского: Сборник тезисов итоговой конференции. – Казань, 2002. – Т. 2. – С. 71–72.

15. Поташев К.А. Моделирование остановки фронта жидкого углеводородного загрязнителя в почве / К.А. Поташев // 13-я Зимняя Школа по механике сплошных сред. (Пермь, 24 февраля – 1 марта 2003 г.). Тезисы докладов. – Пермь, 2003. – С. 297.

16. Поташев К.А. Моделирование остановки фронта гидрофобных жидкостей в почве на основе процессов набухания и загущения / К.А. Поташев, А.В. Костерин, И.П. Бреус // MSU-SoilPhys (Всеросс. конф. «Фундаментальные физические исследования в почвоведении и мелиорации», посв. 60-летию кафедры физики и мелиорации почв и 250-летию МГУ им. М.В. Ломоносова). (Москва, МГУ, 22-25 декабря 2003 г.). Труды всероссийской конференции. – Москва, 2003. – С. 244-245.

17. Поташев К.А. Разработка математической модели для оценки области и степени загрязнения почвы при аварийных разливах и утечках гидрофобных жидкостей / К.А. Поташев, А.В. Костерин // Современные методы эколого-геохимической оценки состояния и изменений окружающей среды: Сб. материалов докл. Междунар. школы. Новороссийск, 15-20 сентября 2003 г. – Новороссийск: Россия, 2003. – С. 92.

18. Поташев К.А. Выбор математической модели и численная реализация решения задачи об удерживании тяжело-суглинистой почвой несмешивающейся с водой органической жидкости / К.А. Поташев, А.В. Лапин, Н.Д. Якимов // Всероссийская конференция «Экспериментальная информация в почвоведении: теория, методы получения и пути стандартизации». Москва, МГУ, декабрь 2005. – М.: МГУ, 2005.

19. Кадыров Р.Ф. Транспорт жидкого углеводородного загрязнителя в увлажненной суглинистой почве: математическая модель и численная реализация решения задачи / Кадыров Р.Ф., Поташев К.А., Якимов Н.Д. // Аннотации докладов IX Всероссийского съезда по теоретической и прикладной механике (Нижний Новгород, 22-28 августа 2006 г.). – Т. 2. – Нижний Новгород: Изд-во Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского, 2006. – С. 98.

20. Костерин А.В. Одномерная фильтрационная консолидация слабых грунтов / А.В. Костерин, К.А. Поташев // Труды XVIII сессии Международной Школы по моделям механики сплошной среды (Саратов, 27 августа – 1 сентября 2007 г.). Тезисы докладов. – Саратов, 2007.